

## 1) فصل اول :

### 1-1) مقدمه

در دنیای امروز کلیه فنون و تکنولوژی به نوعی وابسته به برق و الکتریسیته<sup>1</sup> می باشند. در حال حاضر کمتر ماشین و یا تجهیزاتی را می توان مشاهده کرد که در آن از برق و یا تجهیزات الکترو مغناطیس استفاده نشده باشد بطوریکه در بسیاری از موارد بشر با این نعمت الهی به گونه ای در آمیخته شده است که زندگی امروز بشر در عدم برق غیر ممکن است. ماشینهای کشاورزی و به طور کلی اکثر تجهیزات ثابت و متحرک کشاورزی امروزی هم از این امر مثثنی نبوده و به طریقی وابسته به دستگاه های الکترو مغناطیس می باشند. در موتورهای احتراق جرقه ای وجود برق جهت شروع اشتعال در موتور ضروری می باشد، در انتقال مواد مثل بالابر ها و نقاله ها موتورهای الکتریکی نقش غیر قابل انکاری را دارند، در سیستمهای انتقال و پمپاژ آب الکتروموتورها مناسب ترین انتخاب جهت تامین نیروی مورد نیاز هستند.

با این وجود اگر چه در اکثر مواقع به تجهیزات فوق اصطلاح "تجهیزات برقی"<sup>2</sup> اطلاق می شود ولی بایستی یاد آور شد که در واقع این ماشینها صرفاً تجهیزات الکتریکی نبوده بلکه ماشینهایی هستند که در اثر تعامل شگفت انگیز دو پدیده برق و مغناطیس کار می کنند لذا به طور دقیق تر بهتر است به اینگونه وسایل تجهیزات الکترو مغناطیس<sup>3</sup> اطلاق گردد. به تعبیری دیگر کلیه این تجهیزات بدون پدیده مغناطیس قادر به کار نخواهند بود. در این درس سعی خواهد شد در ابتدا اصول کلی حاکم بر برق و مغناطیس مرور گردیده و در مرحله بعد تجهیزات الکترو مغناطیس که البته بیشتر در صنایع مختلف کشاورزی مورد استفاده قرار می گیرند، مثل ترانسفورماتورها، ژنراتورها و موتورهای الکتریکی مورد بحث قرار خواهند گرفت.

#### 1-1-1) مزایای ماشینهای الکترو مغناطیس

به طور کلی به دلایل زیر کاربرد تجهیزات الکترو مغناطیس در ماشینهای مختلف عمومیت پیدا کرده است:

- ✓ ساختمان ساده
- ✓ راندمان بالا
- ✓ آلودگی محیطی کم
- ✓ آلودگی صوتی کم
- ✓ تلفات کم
- ✓ کنترل ساده تر
- ✓ هزینه ساخت کمتر

<sup>1</sup> Electricity

<sup>2</sup> Electrical Machineries

<sup>3</sup> Electromagnetic

## 2-1-1) تاریخچه الکتریسیته

قرن بیستم را قرن الکتریسیته نامیدند زیرا در این قرن به تدریج از برق جهت روشنایی، گرمایی، پخت و پز، شستشو، و خشک کردن مواد استفاده شد. قرن حاضر که قرن الکترونیک و ارتباطات نامیده می شود نیز هنوز متکی بر برق می باشد. در واقع اولین قدم در زمینه کشف برق و بخدمت گرفتن آن توسط انسان به سال 600 قبل از میلاد بر می گردد. در این سال ایشان خصوصیات کهربا را که می تواند مواد سبک را جذب کند، کشف کرد. جذب مواد توسط کهربا نشان دهنده الکتریسیته ساکن در آن است. به همین دلیل است که برق یا الکتریسیته در زبان عربی کهربا نامیده می شود. بعداً مشخص شد که بسیاری از اجسام با مالیده شدن به همدیگر می توانند مثل کهربا مواد سبک را جذب نمایند. این امر باعث بار دار شدن آنها گشته از این نظر این پدیده ( بار دار شدن اجسام) را الکتریسیته یا برق نامیدند. در واقع بار دار شدن اجسام بدلیل گرفتن و یا از دست دادن الکترون می باشد.

### 3 طبقه بندی اجسام از نظر الکتریکی

- ✓ اجسام عایق: این اجسام به طور کلی دارای الکترون آزاد نبوده و لذا نمی توانند الکتریسیته را از خود عبور دهند. اجسامی مثل لاستیک و پلاستیک جزو این اجسام هستند.
- ✓ اجسام هادی: این اجسام دارای تعداد زیادی الکترون آزاد بوده لذا به راحتی الکتریسیته را از خود عبور می دهند. فلزاتی مثل آلومینیوم و مس از موادی هستند که رسانای خوب الکتریسیته می باشند.
- ✓ نیمه هادی ها: این اجسام از نظر رسانایی در حد فاصل عایق ها و هادی ها قرار دارند. در این مواد با افزایش درجه حرارت درجه رسانایی آنها تغییر می کند. موادی مثل سیلیسیم و ژرمانیوم از این دسته مواد هستند. اینمواد امروزه کاربرد وسیعی در مدارهای الکترونیکی دارند.

## 3-1-1) انواع الکتریسیته

- ✓ الکتریسیته ساکن<sup>1</sup>
- ✓ الکتریسیته جاری<sup>2</sup>

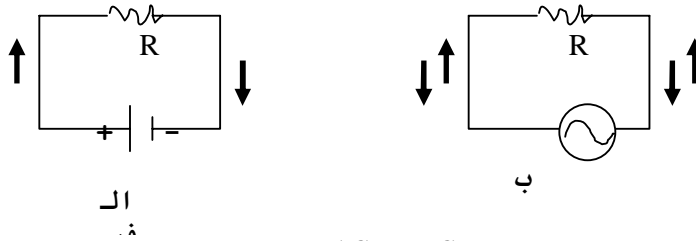
در الکتریسیته جاری، جریان در اثر وجود اختلاف پتانسیل الکتریکی و حرکت جابجایی الکترونها در داخل ماده هادی بوجود می آید. اگر چه سرعت حرکت الکترونها کم و تنها چند سانتی متر نیست، سرعت فوق العاده بالای عبور برق بدلیل عمل جابجایی الکترونها در جسم اتفاق می افتد.

<sup>1</sup> Electric Charge at rest

<sup>2</sup> Flowing Electricity

#### 1-1-4 انواع الکتريسيته جاري

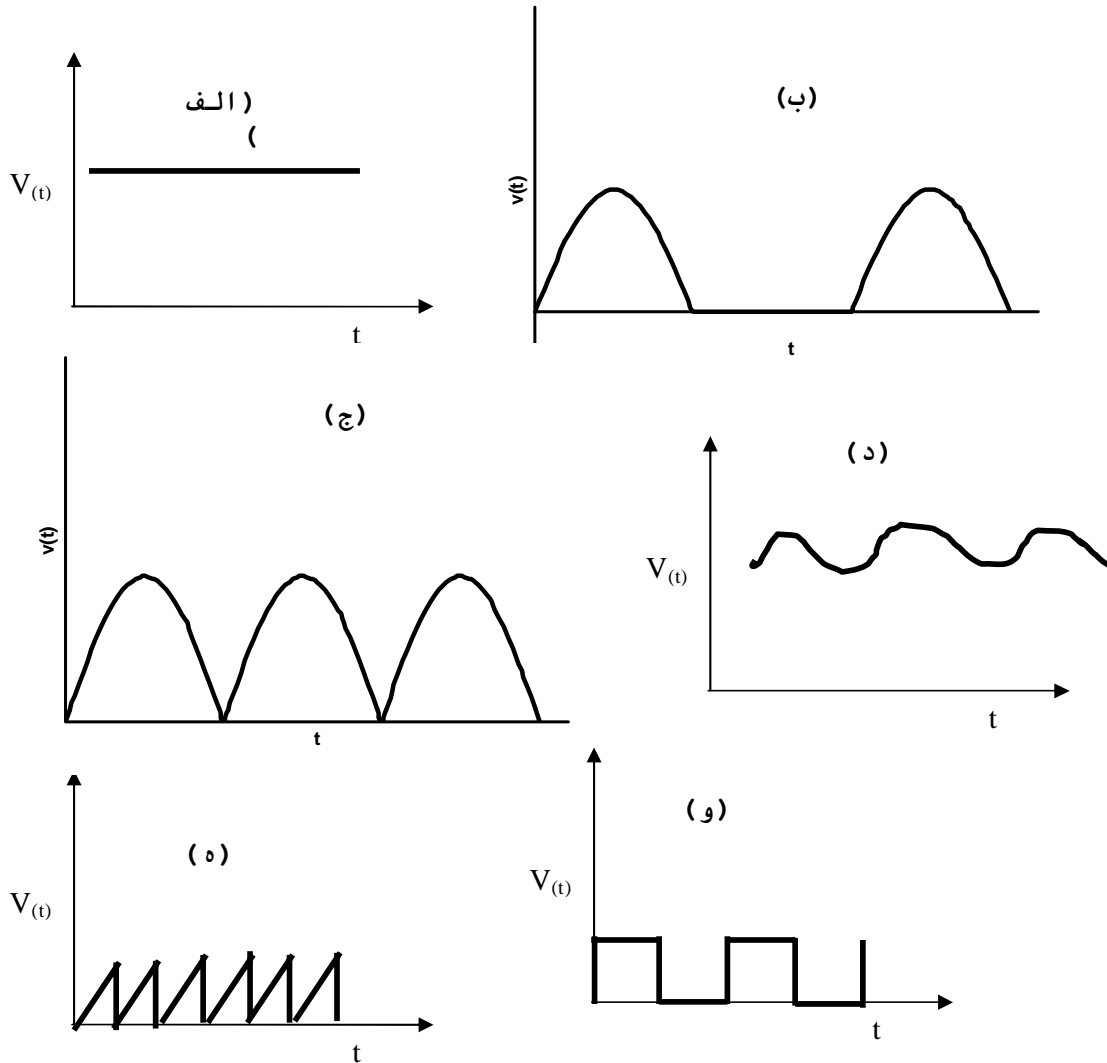
- ✓ جريان مستقيم<sup>1</sup> (DC): جرياني است كه در ان اگر چه مقدار حركت الكترون در واحد زمان ممكن است تغيير كند، ولي جهت حركت الكترونها همواره ثابت است. شكل 1-1 الف نمودار سمبوليك يك مدار DC را نشان مي دهد.
- ✓ جريان متناوب<sup>2</sup> (AC): جرياني است كه در ان هم شدت جريان عبور الكترونها و هم جهت عبور الكترونها تغيير مي كند. شكل 1-1 ب نمودار سمبوليك يك مدار AC را نشان مي دهد.



شكل 1-1: نمودار سمبوليك در جريانهاي الكتريكي. الف DC و ب AC.

- بسته به نحوه ايجاد جريانهاي مستقيم و شكل ولتاژ انواع مختلفي از جريان مستقيم به شرح زير وجود دارد:
- ❖ ساده خطي<sup>3</sup> در اين نوع جريان مقدار و جهت جريان نسبت به زمان تقريباً ثابت است. (شكل 1-2 الف). اين نوع جريان توسط باتريها و يا ژنراتورهاي مخصوص جريان خطي<sup>4</sup> توليد مي شوند.
  - ❖ جريانهاي مستقيم سينوسي: اين نوع از جريانها بسته به نحوي ايجاد انها عبارتند از:
    - ✓ جريان تكفاز نيم موج يكسو شده<sup>5</sup> (شكل 1-2 ب)
    - ✓ جريان تكفاز تمام موج يكسو شده<sup>6</sup> (شكل 1-2 ج)
    - ✓ جريان سه فاز نيم موج يكسو شده<sup>7</sup> (شكل 1-2 د)
  - ❖ جريان دندانه اره اي<sup>8</sup> (شكل 1-2 ه)
  - ❖ جريان مربعي<sup>9</sup> (شكل 1-2 و)

1 Direct Current  
 2 Alternating Current  
 3 Linear DC  
 4 Linear DC Generator  
 5 Half Wave Rectified DC  
 6 Full Wave Rectified DC  
 7 Three Phase Half Wave Rectified DC  
 8 Saw Tooth DC  
 9 Full Wave Bridge Rectified DC



شکل 2-1: انواع جریانهای مستقیم.

## 1-2) جریان متناوب

در این نوع جریان الکتریکی مقدار و جهت جریان (ولتاژ) نسبت به زمان تغییر می کند. اگر چه جریان متناوب ممکن است به شکلهای مختلف نسبت به زمان تغییر نماید ولی متداولترین آن نوع سینوسی می باشد. مطابق آنچه که در شکل 3-1 نشان داده شده است اصطلاحات زیر را می توان در جریان متناوب تعریف نمود.

دوره تناوب<sup>1</sup> (T): عبارتست از زمان لازم بر حسب ثانیه برای اینکه یک موج کامل شود.

بسامد<sup>2</sup> (f): عبارتست از تعداد سیکلها یا موج کامل تکرار شده در یک ثانیه. بسامد بر حسب سیکل بر ثانیه یا هرتز بیان گشته و لذا رابطه زیر بین بسامد و دوره تناوب برقرار است:

<sup>1</sup> Period  
<sup>2</sup> Frequency

$$f = \frac{1}{T}$$

(1-1)

برای مثال اگر موجی پریود آن برابر 0/1 ثانیه باشد فرکانس آن برابر 10 هرتز خواهد بود و بر همین اساس شبکه ای با فرکانس 50 هرتز زمان تناوب آن 0/02 ثانیه خواهد بود.

جریانهای متناوب سینوسی را نیز می توان به صورت زیر تقسیم بندی نمود (شکل 1-3)

❖ تک فاز

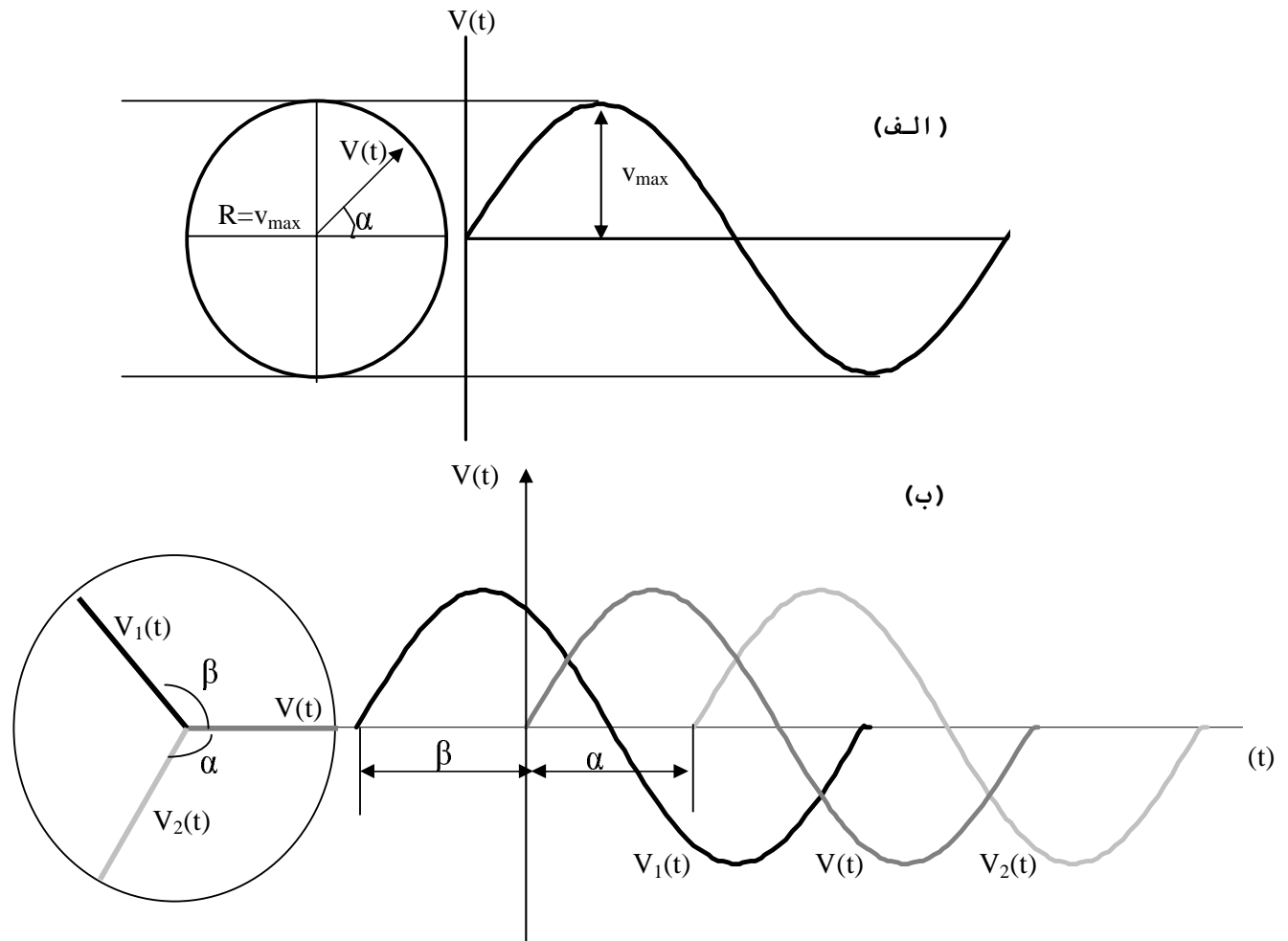
❖ چند فاز، این جریانها نیز به نوبه خود به صورت زیر تقسیم می شوند:

✓ دو فاز

✓ سه فاز

✓ بیشتر از سه فاز

جریانهای (ولتاژ) دو فاز و بیشتر از سه فاز جنبه تجاری نداشته و کاربرد عمومی و صنعتی ندارند. جریانهای چند فازه معمولاً دارای یک خط خنثی و یا نول می باشند.



شکل 1-3: جریان های متناوب، (الف) تک فاز و (ب) سه فاز

مطابق شکل 1-3 الف اگر سرعت دورانی موج ( $\omega$ ) را بر حسب رادیان بر ثانیه در نظر بگیریم انگاز زاویه فاز  $\alpha$  عبارتست از:

$$\alpha = \omega t \quad (1-2)$$

$$\sin(\alpha) = \sin \omega t = \frac{V_{(t)}}{V_{\max}}$$

با توجه به شکل

لذا در هر لحظه مقدار ولتاژ  $V_{(t)}$  برابر:

$$V_{(t)} = V_{\max} \sin(\omega t) \quad (1-3)$$

لذا همانطور که ملاحظه می شود در یک جریان و یا ولتاژ متناوب مقادیر مربوط بین  $V_{\max}$  و  $-V_{\max}$  به صورت سینوسی در حال تغییر می باشد. در یک جریان با دو فاز یا بیشتر بین فازهای مختلف تقدم و تاخر زاویه ای (مانند  $\alpha$  و  $\beta$  در شکل 1-3 ب)) وجود دارد که تحت عنوان زاویه اختلاف فاز<sup>1</sup> نامیده می شود. برای مثال مطابق شکل 1-3 ب) زاویه اختلاف فاز بین  $V_1(t)$  و  $V_2(t)$  برابر:

$$\theta = \beta - (-\alpha) = \beta + \alpha \quad (1-4)$$

یعنی ولتاژ (1) از ولتاژ (2) با اندازه  $\theta$  جلو افتادگی دارد. در این صورت می توان روابط زیر را برای ولتاژ ها نوشت:

$$\begin{aligned} V_{(t)} &= V_{\max} \sin(\omega t) \\ V_{(t)} &= V_{\max} \sin(\omega t + \beta) \\ V_{(t)} &= V_{\max} \sin(\omega t - \alpha) \end{aligned} \quad (1-5)$$

در جریانهای سه فاز زاویه اختلاف فاز بین فازها 120 درجه می باشد.

---

<sup>1</sup> Phase Difference Angle

## 2) فصل دوم: الکترومغناطیس<sup>۱</sup>

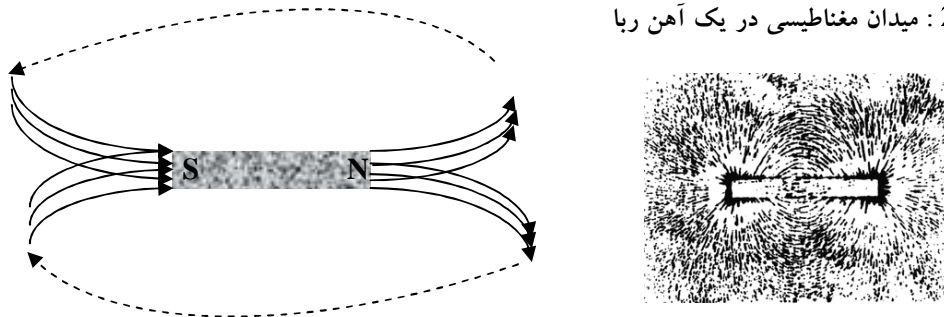
در قرن هفتم قبل از میلاد انسان پی برد که کانی لودستون<sup>۲</sup> ( $Fe_3 O_4$ ) که نوعی سنگ آهن است می تواند ذرات ریز کانی های مشابه خود و آهن را جذب نماید. این خاصیت امروزه به نام مغناطیس<sup>۳</sup> شناخته می شود. آهن و تعدادی از آلیاژهای آهنی جزو بهترین مواد مغناطیسی ( آهن ربایی) شناخته می شوند. علاوه بر اینها کوبالت، نیکل و تعدادی از آلیاژها نیز خواص مغناطیسی دارند. در مقابل اجسام غیر مغناطیس هستند که خاصیت آهن ربایی ندارند. اجسامی مثل طلا، نقره و مس از این دسته هستند.

امروزه این پدیده نقش بسیار حیاتی در زندگی بشر ایفا می کند. در واقع مغناطیس در کنار الکتریسیته و تاثیرات متقابلی که این دو با هم دارند، سبب گشته است تا تجهیزات بسیار متنوعی توسط بشر ابداع، ساخته و مورد استفاده واقع شود. کلیه دستگاههایی نیز که در این درس مورد بررسی قرار می گیرند تحت عنوان تجهیزات الکترو مغناطیس مورد بحث قرار می گیرند. بطوریکه نحوه عملکرد آنها به میزان زیادی به خواص الکترو مغناطیسی مواد بکار رفته در آنها و نوع تعاملی که این مواد با هم دارند مرتبط می گردد.

طرز تهیه آهن ربای مصنوعی:

سنگ آهن لودستون به طور طبیعی خاصیت آهن ربایی دارد. با این وجود می توان به طور مصنوعی اقدام به تهیه آهن ربا نمود. چنانچه یک ماده فرومغناطیس ( مثل آهن) به لودستون مالیده شود خاصیت آهن ربایی در آن ایجاد خواهد شد که به این عمل القاء خاصیت مغناطیسی<sup>۴</sup> می گویند. علاوه بر این آهن ربای مصنوعی را می توان با استفاده از یک جریان الکتریکی مستقیم نیز بدست آورد. اگر بر روی یک میله فولادی (الیاژ آهن) سیم هادی برق پیچیده شود و از داخل سیم پیچ بوجود آمده جریان برق مستقیم عبور دهیم، میله خاصیت آهن ربایی پیدا می کند که حتی پس از قطع جریان برق خاصیت آهن ربایی آن حفظ خواهد شد.

شکل 1-2: میدان مغناطیسی در یک آهن ربا



شار مغناطیسی<sup>۵</sup> ( $\Phi$ ): آهن ربای بوجود آمده و هر آهن ربای دیگر همانطور که در شکل 1-2 نشان داده شده است در اطراف خود یک میدان مغناطیسی ایجاد می کند که دارای دو قطب شمال (N) و جنوب (S) می

<sup>1</sup> Electromagnetism  
<sup>2</sup> Lodestone  
<sup>3</sup> Magnet  
<sup>4</sup> Magnetization

باشد چنانچه آهن ربا را در زیر کاغذی قرار دهید که روی آن براده نرم آهن دارد با حرکت آهن ربا در زیر کاغذ در میان براده های آهن خطوطی ظاهر خواهد شد که بیان کننده نوعی خطوط موهومی در اطراف آهن ربا می باشد. به این خطوط فرضی که در میدان مغناطیسی هر آهن ربا قرار دارد خطوط شار اطلاق می شود. در واقع این خطوط تشکیل یک مدار مغناطیسی در اطراف آهن ربا می گردند جهت مثبت این خطوط به صورتی در نظر گرفته می شود که همواره از قطب شمال آهن ربا خارج و به قطب جنوب آن وارد می شوند و مطابق آنچه که در شکل 1-2 نشان داده شده اند تشکیل مدار مغناطیسی را می دهند. در واقع اگر بخواهیم این مدار را با یک مدار الکتریکی مقایسه نمائیم، شار در یک مدار مغناطیسی متشابه با جریان در یک مدار الکتریکی است. واحد شار در سیستم متریک وبر<sup>1</sup> و در سیستم انگلیسی<sup>2</sup> خط<sup>3</sup> یا ماکسول<sup>4</sup> می باشد. بطوریکه هر وبر برابر  $10^8$  خط است.

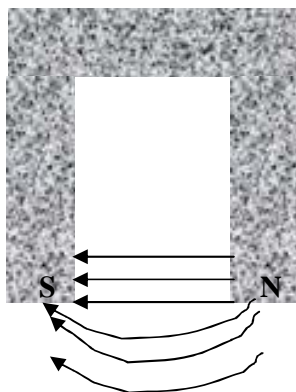
چگالی شار<sup>5</sup>: طبق تعریف عبارتست از مقدار شاری که از سطحی واحد، عمود بر خطوط شار عبور نماید بنابراین این می توان نوشت:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (2-1)$$

بطوریکه اگر از سطحی برابر یک متر مربع شاری بابر یک وبر عبور نماید چگالی شار برابر یک تسلا<sup>6</sup> (T) خواهد بود. برای مثال در یک هسته آهنی با سطح مقطع 0/04 متر مربع اگر چگالی شار 1/5 تسلا باشد مقدار شار در هسته برابر:

$$\phi = B.A = 1.5 \times 0.04 = 0.06 \text{ T} \quad (2-2)$$

میدانهای مغناطیسی ممکن است به صورت یکنواخت و یا غیر یکنواخت باشند. میدان یکنواخت میدانی است که جهت شار و چگالی شار همواره ثابت باشد و میدان غیر یکنواخت میدانی است که چگالی شار و یا جهت شار تغییر نماید. (شکل 2-2).



شکل 2-2: میدانهای مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت

- 
- 1 Weber
  - 2 Customary
  - 3 Line of Flux
  - 4 Maxwell
  - 5 Flux Density
  - 6 Tesla



## 1-2) اثرات متقابل جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی<sup>1</sup>

چنانچه در یک سیم حامل جریان مستقیم قرار داد های زیر را در نظر بگیریم

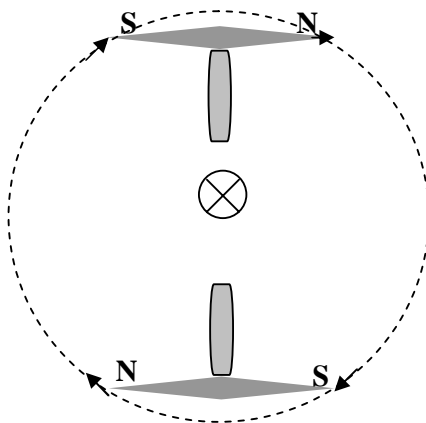


جریان مثبت به طرف داخل صفحه



جریان مثبت به طرف خارج صفحه

و در حین عبور جریان مطابق شکل 2-3 یک قطب نما را در بالا و پایین این سیم قرار دهیم مشاهده خواهد شد که عقربه های قطب نما منحرف گردیده و سپس در وضعیتی خاص مطابق شکل ثابت باقی می ماند. با توجه به اینکه عقربه های قطب نما نیز دارای دو قطب شمال و جنوب مغناطیسی است هنگامیکه در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد عقربه های آن به گونه ای قرار خواهند گرفت که منطبق بر قطبهای میدان مورد نظر واقع شود. لذا مطابق شکل نتیجه گرفته می شود که اولاً در اطراف سیم حامل جریان میدان مغناطیسی وجود دارد و ثانیاً با توجه به جهت قرار گرفتن عقربه قطب نما جهت میدان نیز مشخص می گردد.

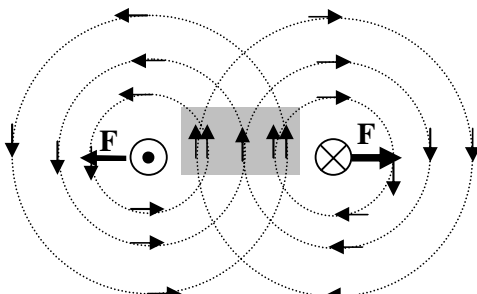


شکل 2-3: جهت میدان مغناطیسی در یک سیم حامل جریان

با توجه به شکل و با استفاده از قانون دست راست می توان جهت این میدان را مشخص نمود، بطوریکه چنانچه انگشت شصت دست راست را در جهت مثبت جریان قرار دهیم بسته شدن انگشتان پنجه جهت خطوط میدان را نشان خواهد داد.

### بررسی میدان مغناطیسی در دو سیم حامل جریان

الف) در سیمها جهت جریان عکس باشد

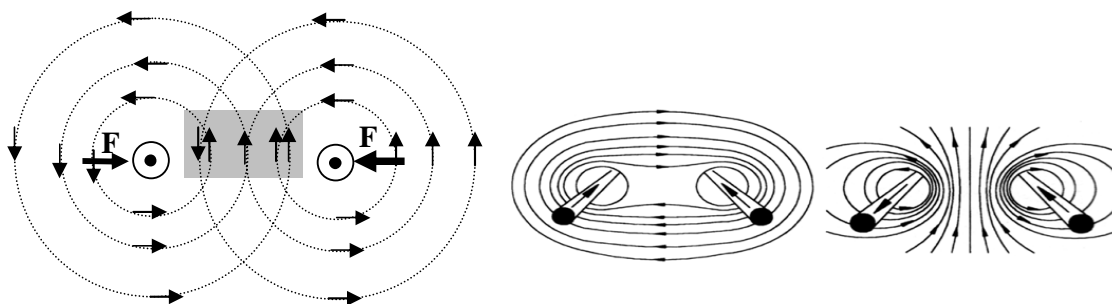


باتوجه به اینکه در ناحیه بین دو سیم خطوط شار در دو سیم با هم همجهت می شوند، در این ناحیه شار مغناطیسی برآیند شار در هر دو سیم بوده و لذا چگالی شار در وسط بیشتر از طرفین بوده بنابراین سبب می شود که سیمها به طرف میدان ضعیف تر رانده شوند. بنابراین در اثر عبور جریان مختلف الجهد در

شکل 2-4: میدان مغناطیسی در دو سیم حامل جریان عکس

<sup>1</sup> Mutual Effects of Current and Magnetic Field

دو سیم موازی میدان مغناطیسی حاصل سبب اعمال نیروی دفعی به سیمها خواهد شد.



شکل 5-2: میدان مغناطیسی در دو سیم حامل جریان موازی و هم جهت

(ب) جریان هم جهت در دو سیم موازی:

در این حالت چون خطوط میدان در بین دو سیم در خلاف جهت همدیگر هستند اثر همدیگر را خنثی نموده و لذا در این منطقه چگالی شار ضعیف تری نسبت به دو طرف سیمها ایجاد خواهد شد که سبب می گردد سیمها به طرف همدیگر جذب گردند.

بنابراین نتیجه گرفته می شود که اگر سیمی حامل جریان در مجاورت یک میدان مغناطیسی قرار گیرد نیرویی مثل  $F$  بر سیم وارد خواهد شد. با توجه به اینکه شار دارای مقدار و جهت می باشد همانند یک بردار عمل خواهد کرد. از طرف دیگر جریان اگر چه به خودی خود بردار نمی باشد اگر برای آن جهت خاصی در نظر

گرفته شود می توان آن را بردار فرض نمود. با توجه به

شکل 6-2 می توان رابطه برداری زیر را برای اثر متقابل

جریان و میدان مغناطیسی نوشت:

$$\vec{F} = \vec{B} \times \vec{I} \quad (2-3)$$

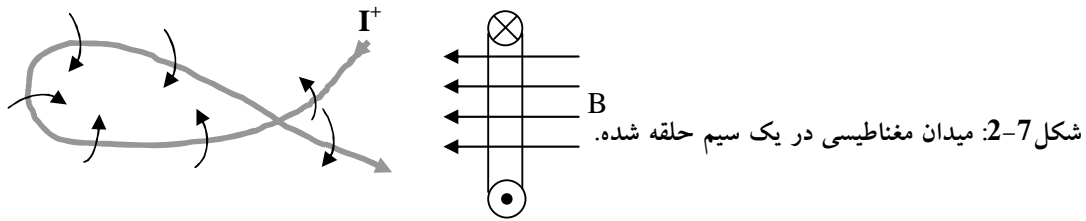
بنابراین جهت نیروی  $F$  را می توان با استفاده از قانون دست راست تعیین نمود، چنانچه انگشتان پنجه را در جهت جریان قرار داده و به سمت مثبت میدان بچرخانیم انگشت شصت جهت نیرو را نشان خواهد داد. رابطه (2-3) اساس کار موتورهای الکتریکی می باشد.

### 1-1-2) بررسی میدان مغناطیسی در یک سیم پیچ:

شکل 6-2: نیروی حاصل از اثر متقابل سیم حامل جریان و میدان مغناطیسی

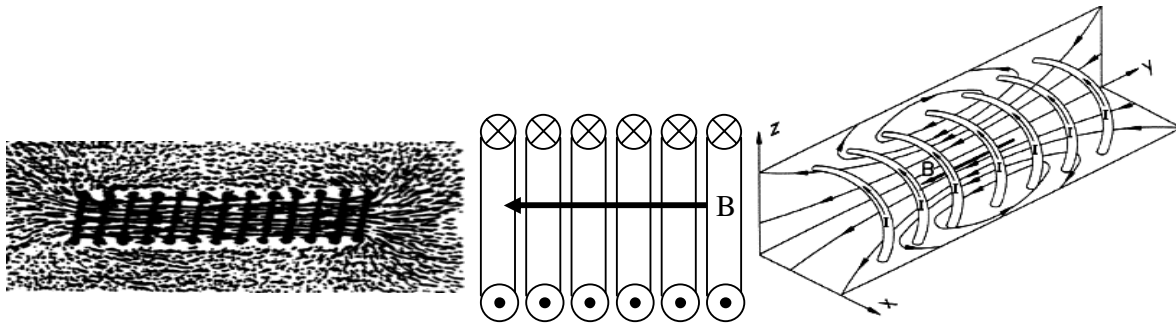
چنانچه سیم حامل جریان  $I^+$  را به صورت یک حلقه<sup>1</sup> در آوریم با توجه به جهت میدان مغناطیسی پیرامون یک سیم که در بخش قبل مورد بحث قرار گرفت، میدان ایجاد شده در این حلقه مطابق شکل 7-2 خواهد بود.

<sup>1</sup> Loop



شکل 7-2: میدان مغناطیسی در یک سیم حلقه شده.

حال چنانچه سیم حامل جریان را به صورت یک سیم پیچ<sup>1</sup> با چند حلقه در اوریم میدان ایجاد شده در حلقه ها هم جهت بوده و لذا شار بدست آمده برآیند مجموع شار حلقه ها بوده و میدان برآیند در راستای محور طولی سیم پیچ و جهت آن با استفاده از قانون دست راست مشخص می گردد. چنانچه انگشتان پنجه را در جهت جریان بچرخانیم، انگشت شصت جهت میدان را نشان خواهد داد.



شکل 8-2: میدان مغناطیسی ایجاد شده در یک سیم پیچ یا سلونوئید

### 2-1-2) نیروی محرکه مغناطیسی<sup>2</sup> در یک سیم پیچ (MMF):

همانطور که در یک مدار جهت ایجاد جریان نیاز به یک نیروی محرکه الکتریکی (ولتاژ) است، در یک مدار مغناطیسی نیز جهت ایجاد شار مغناطیسی نیاز به نیروی محرکه مغناطیسی می باشد. نیروی محرکه مغناطیسی در یک میدان که توسط یک سیم پیچ حامل جریان مستقیم ایجاد شده است توسط رابطه زیر تعیین می شود:

$$U = N I \quad (2-4)$$

N: تعداد دور سیم پیچ

I: جریان بر حسب آمپر

U: نیروی محرکه مغناطیسی بر حسب آمپر- دور

<sup>1</sup> solenoid

<sup>2</sup> Magneto Motive Force

شدت میدان مغناطیسی<sup>1</sup> ( $H$ ):

عبارتست از نیروی محرکه مغناطیسی در واحد طول مدار مغناطیسی. به عبارت دیگر هر چه تعداد تعداد دور بیشتری از یک سیم پیچ در واحد طول مدار باشد میدان مغناطیسی شدت بیشتری خواهد داشت. لذا می توان نوشت:

$$H = \frac{NI}{\ell} = \frac{U}{\ell} \quad (2-5)$$

با اناالیز واحد ها واحد شدت میدان مغناطیسی آمپر بر متر می باشد.

مثال:

یک هسته فرومغناطیس مطابق شکل 9-2 مفروض است. اگر تعداد دور سیم پیچ 1000 دور باشد و جریانی معادل 2 آمپر از سیم پیچ عبور نماید مطلوبست MMF و شدت میدان مغناطیسی.

$$MMF = NI = 1000 \times 2 = 2000(A.T)$$

$$\ell = (5 \times 2) + (10 \times 2) = 30cm = 0.3(m)$$

$$H = \frac{NI}{\ell} = \frac{2000}{0.3} = 6666.7 \left(\frac{A}{m}\right)$$

مقاومت مغناطیسی یا رلاکتانس<sup>2</sup> ( $\mathfrak{R}$ ):

همانطور که در یک مدار الکتریکی جریان همیشه با مقاومت الکتریکی مواجه می گردد، شار نیز در یک مدار مغناطیسی با مقاومت مواجه می شود که تحت عنوان رلاکتانس نامیده می شود. در یک مدار الکتریکی قانون اهم بیان کننده رابطه بین جریان و مقاومت می باشد

$$I = \frac{V(E)}{R} \quad (2-6)$$

به همین ترتیب می توان رابطه زیر را برای یک مدار مغناطیسی نوشت

$$\varphi = \frac{U}{\mathfrak{R}} \quad (2-7)$$

از طرفی مقاومت مدار الکتریکی بستگی به جنس و سطح مقطع هادی و طول مدار دارد بطوریکه می توان نوشت:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \quad (2-8)$$

P: مقاومت ویژه<sup>3</sup>

$\ell$ : طول متوسط مدار

A: سطح مقطع مدار

اگر در رابطه (2-8) به جای مقاومت ویژه از هدایت ویژه<sup>4</sup> ( $\sigma$ ) استفاده کنیم می توان نوشت:

<sup>1</sup> Magnetic Field Intensity

<sup>2</sup> Reluctance

<sup>3</sup> Resistivity

<sup>4</sup> Conductivity

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} \quad (2-9)$$

مشابه چنین رابطه ای را می توان برای یک مدار مغناطیسی نیز نوشت:

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu A} \quad (2-10)$$

A: سطح مقطع موثر مدار مغناطیسی

ℓ: طول متوسط مدار (هسته)

ℓ: نفوذ پذیری یا تراوندگی مغناطیسی<sup>1</sup> مدار که نشانگر شدت یا ضعف یک ماده در بوجود آمدن شار در آن ماده خواهد بود. به عبارت دیگر هر چه ℓ در یک ماده ای بیشتر باشد با یک MMF یکسان شار بیشتری

بوجود می آید. واحد ℓ عبارتست از تسلا بر آمپر بر متر ( $\frac{T}{A/m}$ ).

با توجه به اینکه رلاکتانس در مدارهای مغناطیسی مشابه مقاومت در مدارهای الکتریکی است، لذا همان روابطی که برای مقاومت معادل در مدارهای الکتریکی وجود دارد مشابه آن در مدارهای مغناطیسی برای رلاکتانس معادل مطابق جدول زیر وجود دارد.

	مدار الکتریکی	مدار مغناطیسی
مدار سری	$R=R_1+R_2+R_3+\dots$	$\mathfrak{R}=\mathfrak{R}_1+\mathfrak{R}_2+\mathfrak{R}_3+\dots$
مدار موازی	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$	$\frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_3} + \dots$

با ملاحظه روابط (2-1)، (2-7) و (2-10) می توان مشاهده کرد که در مدارهای مغناطیسی رابطه ای وجود دارد بین چگالی شار (B) و شدت میدان مغناطیسی (H). اگر در رابطه (2-1) به جای φ مقدار آن را از

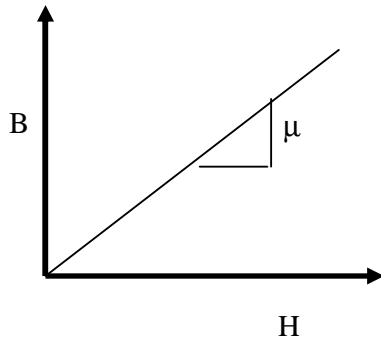
(2-7) جایگزین کنیم و به جای ℓ هم مقدار آن را از رابطه (2-10) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad \phi = \frac{U}{\mathfrak{R}} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{U}{\mathfrak{R}A} = \frac{U}{A(\frac{\ell}{\mu A})} = \mu \frac{U}{\ell} \Rightarrow B = \mu H \quad (2-11)$$

در مواد غیر فرومغناطیس رابطه بین چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی خطی است. یعنی مقدار ℓ در این مواد ثابت می باشد (شکل 2-9).

<sup>1</sup> Permeability

شکل 9-2: رابطه بین شدت میدان و چگالی شار در مواد غیر فرومغناطیس.



بنابراین چون در اینگونه مواد  $\mu$  ثابت است لذا با داشتن  $H$  (شدت میدان مغناطیسی) می توان چگالی شار  $(B)$  را تعیین نمود. برای مثال برای هوا:

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left( \frac{T}{A/m} \right)$$

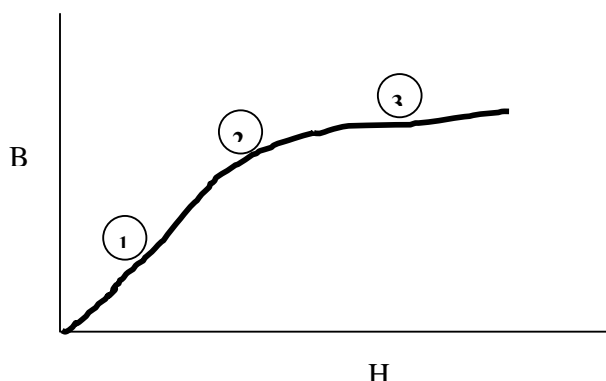
برای مثال در محفظه ای پر از هوا اگر شدت میدان مغناطیسی برابر  $900 \text{ A/m}$  باشد چگالی شار آن برابر:

$$B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 900 = 0.113 \times 10^{-2} (T)$$

## 2-2) اثرات غیر خطی مواد فرومغناطیس بین شدت میدان و چگالی شار

در مواد فرو مغناطیس رابطه بین  $B$  و  $H$  خطی نبوده به عبارت دیگر  $\mu$  در آنها ثابت نیست. این امر بدلیل پدیده اشباع<sup>1</sup> در این مواد می باشد. در این مواد چنانچه به یک هسته فرومغناطیس MMF اعمال کنیم در هسته شار به سرعت بوجود خواهد آمد. بطوریکه اگر MMF را افزایش دهیم چگالی شار نیز افزایش خواهد یافت. اگر به افزایش MMF ادامه دهیم ملاحظه خواهد شد که به تدریج از شدت افزایش  $B$  کاسته خواهد شد تا جاییکه به نقطه ای خواهیم رسید که با افزایش MMF افزایش چگالی شار افزایش نیافته و یا اینکه افزایش خیلی کمی خواهد یافت در این حالت گفته می شود که هسته اشباع شده است. چنانچه منحنی تغییرات شار را در مقابل تغییرات MMF رسم کنیم شکلی شبیه شکل 10-2 بوجود خواهد آمد.

<sup>1</sup> saturation

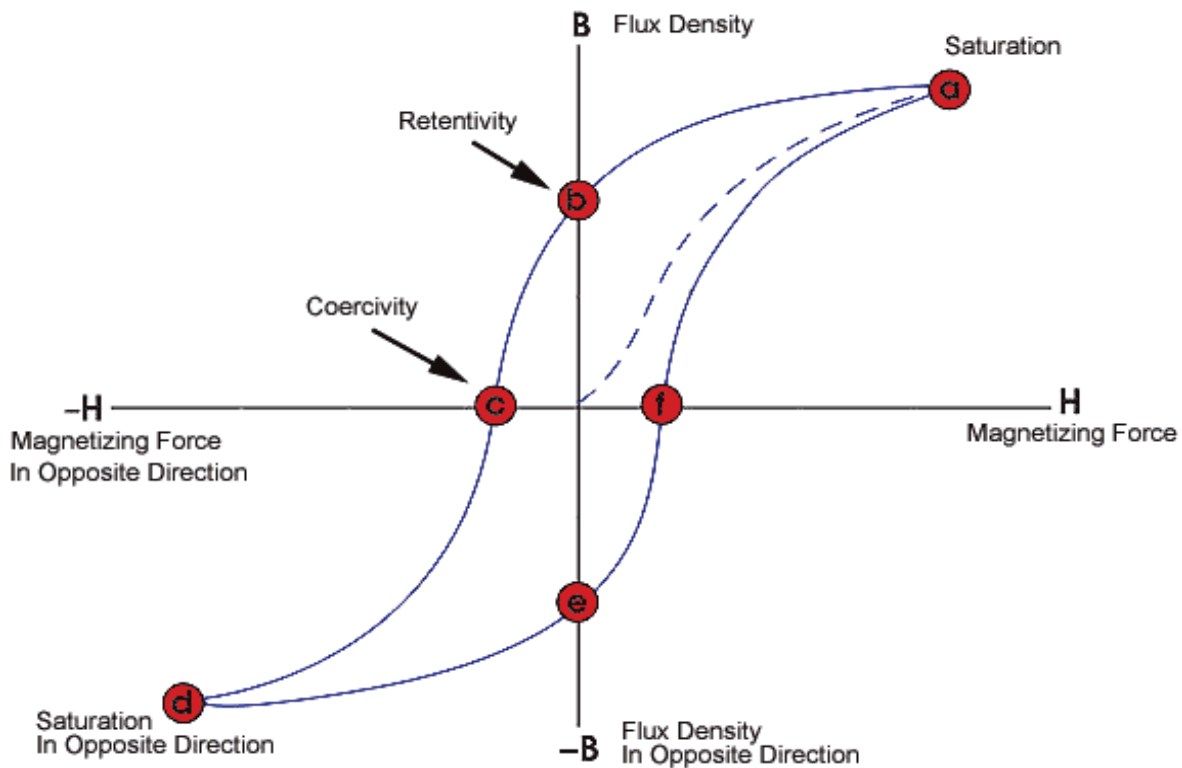


شکل 10-2: نمونه ای از رابطه بین شدت میدان مغناطیس و چگالی شار در مواد فرو مغناطیس. همانطور که در شکل 10-2 مشخص است در منحنی سه ناحیه قابل تمایز از همدیگر وجود دارد: ناحیه 1 که تقریباً شیب خط ثابت و بیشترین مقدار را دارد. بطوریکه می توان گفت در این ناحیه رابطه بین  $B$  و  $H$  تقریباً خطی است. در ناحیه 2 شیب خط شروع به کم شدن می کند که نشان دهنده شروع اشباع شدن هسته است که به پاشنه<sup>1</sup> معروف است. در ناحیه 3 هسته کاملاً اشباع شده است و خط با شیب خیلی کمی ادامه می یابد بطوریکه با افزایش  $H$  چگالی شار به مقدار ناچیزی افزایش می یابد. با توجه به مطالب فوق می توان گفت که  $\mu$  در مواد فرو مغناطیس ثابت نیست.

### 1-2-2) هیستریزیس<sup>2</sup> یا پسماند مغناطیسی

از پدیده های جالب در مواد فرو مغناطیس پدیده ای به نام پسماند مغناطیسی می باشد. چنانچه منحنی  $B-H$  را در مورد یک ماده فرو مغناطیس مجدداً مورد توجه قرار دهیم، و منحنی مربوط را تا انتهای مرحله اشباع رسم کنیم نقطه  $a$  در شکل 11-2 رسم خواهد شد. حال چنانچه مجدداً مقدار  $H$  را به تدریج کاهش دهیم و آنرا به صفر برسانیم، نقطه  $b$  حاصل خواهد شد. یعنی وقتی که  $H$  صفر می گردد چگالی شار در هسته صفر نشده و به عبارت دیگر با وجود اینکه نیروی محرکه مغناطیسی از هسته برداشته شده است ولی هسته مقداری از خاصیت مغناطیسی را در خود حفظ کرده است. این خاصیت مغناطیسی پدیدار شده پس از حذف  $H$  را پسماند مغناطیسی یا مغناطیس مانده<sup>3</sup> و یا پایداری مغناطیسی<sup>4</sup> می نامند. حال اگر جهت جریان ( $MMF$ ) را عوض کرده و بتدریج آن را در جهت منفی افزایش دهیم چگالی شار در هسته کاهش یافته تا اینکه در یک مقدار خاصی از  $H$  چگالی شار در هسته صفر می گردد. لذا آن مقدار  $H$  که مورد نیاز است تا چگالی شار در هسته صفر شود را نیروی خنثی کننده یا برگشت دهنده قهری<sup>5</sup> می نامند (نقطه  $C$ ).

1 Knee  
2 Hysteresis  
3 Residual Magnetism  
4 Retentivity  
5 Coercive Force



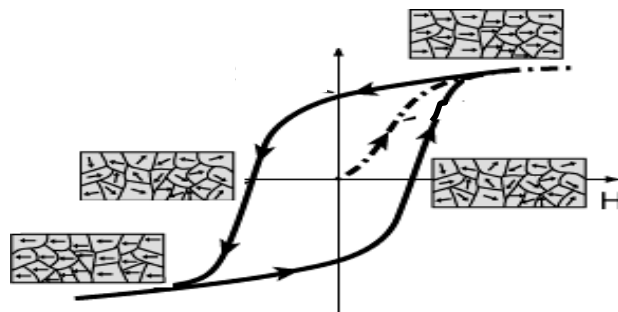
کل 11-2: نمونه ای از حلقه هیستریزیس در مواد فرومقناطیس.

اگر به افزایش  $H$  در جهت منفی ادامه دهیم مجدداً هسته در جهت منفی  $B$  اشباع خواهد شد (نقطه  $d$ ) حال اگر مجدداً مقدار  $H$  در جهت منفی را کاهش دهیم، دوباره در نقطه  $e$  در حالی که  $H$  صفر شده است مقداری  $B$  با پلاریته منفی در هسته خواهیم داشت و باز اگر جهت  $H$  را مثبت نموده و به تدریج انرا افزایش دهیم منحنی پس از رسیدن به نقطه  $f$  منحنی جدید در نقطه  $a$  به منحنی قبل متصل شده و تشکیل یک حلقه بسته را خواهد داد. این حلقه به نام حلقه هیستریزیس<sup>1</sup> نامیده می شود و پدیده ای که هرگاه  $H$  صفر شود و هنوز  $B$  در هسته موجود باشد را پدیده هیستریزیس می نامند. پدیده هیستریزیس در مواد فرومقناطیس را می توان با توجه به شکل 12-2 تفسیر نمود. می توان اجسام را قبل از قرار گرفتن در یک میدان مغناطیسی ( $H$ ) به گونه ای فرض کرد که مجموعه ای از بلوکهای به هم چسبیده هستند که هر بلوک دارای میدانی مغناطیسی در یک جهت خاص است به طوریکه براینند کل این میدانهای کوچک در جسم صفر است. با اعمال  $H$  آن میدانهایی که نزدیک به جهت میدان اعمال شده هستند با میدان هم جهت شده که این خود باعث تقویت میدان شده و سبب می گردد که دیگر میدانها نیز با افزایش  $H$  با آن هم جهت گردند. تا جائیکه تمام میدانهای کوچک با  $H$  هم جهت گردند. در این حالت است که جسم به صورت اشباع در می آید. حال چنانچه  $H$  بتدریج کم گردد و به صفر برسد همه میدانهای کوچک به حالت قبلی خود برگشته و لذا تعدادی از آنها در جهت  $H$  اعمال

<sup>1</sup> Hysteresis Loop



شده باقی خواهند ماند که همان پس ماند در ماده باشد. برای اینکه میدانهای کوچک به حالت تصادفی اولیه خود برگردند باید به آنها انرژی داده شود. این انرژی می تواند حرارت، ضربه مکانیکی و یا MMF باشد.



شکل 12-2: تاثیر بلوکهای میدانی در ایجاد پسماند مغناطیسی.

### ویژه گیهای حلقه هیستریزیس

- 1- حلقه نسبت به مرکز مختصات H-B متقارن است
- 2- برای هر مقدار H مفروض دو مقدار از B بدست می آید به عبارت دیگر مقدار چگالی شار ایجاد شده در جسم بستگی به تاریخچه H اعمال شده در جسم دارد.
- 3- جهت غیر مغناطیس شدن یک ماده فرو مغناطیس که خاصیت مغناطیسی پیدا کرده است باید آن را در یک سیکل مغناطیس شونده<sup>1</sup> قرار داد.
- 4- حداکثر چگالی شار ایجاد شده در یک ماده فرو مغناطیس تابع درجه حرارت است یعنی هر چه درجه حرارت بالا رود حداکثر چگالی شار کاهش می یابد. به طوریکه مواد فرو مغناطیس در یک درجه حرارت معین خاصیت فرو مغناطیسی خود را از دست می دهند که به نقطه کوری معروف است.
- 5- مواد مختلف دارای چگالی شار حداکثر متفاوت از همدیگر می باشند. از این خاصیت برای طراحی اندازه هسته از مواد مختلف استفاده می گردد.
- 6- مساحت حلقه بیانگر انرژی مصرف شده و یا ذخیره شده در هسته است. در مدارهای مغناطیسی که میدان مغناطیسی متناوب بوده و مرتباً محو می شود انرژی ذخیره شده به صورت گرما تلف می شود که تحت عنوان افت هیستریزیس<sup>2</sup> نامیده می شوند.
- 7- شکل منحنی هیستریزیس بیان کننده نوع کاربرد ماده مربوط می باشد شکل (13-2).
- 8- با تغییر عملیات حرارتی و مکانیکی شکل این منحنی برای یک ماده خاص ممکن است تغییر کند.

برای مثال موادی که برای ساخت آهن ربای دائم بکار می روند از الیاژ آلنیکو<sup>3</sup> (آلومینیوم + نیکل + کوبالت + آهن) استفاده می شود در حالیکه برای ساخت هسته ترانسفورماتور از آلیاژهای سیلیکونی آهن<sup>4</sup> استفاده

<sup>1</sup> Magnetization Cycle

<sup>2</sup> Hysteresis Loss

<sup>3</sup> Alnico

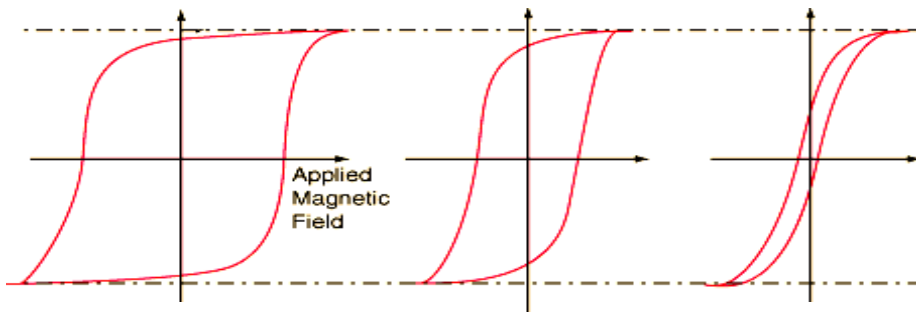
<sup>4</sup> Silicon Steel

می شود که حدود 4 درصد سیلیسیم دارن. این آلیاژها در ارتباط با کاهش افت انرژی در مدارهای مغناطیسی متناوب دو عمل را انجام می دهند:

1- افت مغناطیسی را کم می کنند

2- جریان گردابی<sup>1</sup> را کم می کنند

جریان گردابی جریانی است که در خود هسته بصورت داخلی ایجاد می گردد و در خود هسته نیز مصرف می شود که سبب گرم شدن هسته می شود. و از طرف دیگر وجود سیلیسیم سبب می شود تا تلفات هیستریزس کم شده و تلفات حرارتی از این طریق نیز کاهش یابد. البته در اینگونه هسته ها به منظور هرچه بیشتر کاهش تلفات حرارتی آنها را به صورت ورقه ورقه ای می سازند و در هسته های با کاربرد در قدرتهای زیاد در بین ورقه ها مواد عایق قرار می دهند تا مقاومت اهمی آن را زیاد کرده و از این طریق جریان گردابی را کاهش می دهند. بطور کلی جریان گردابی در چنین هسته هایی متناسب است با توان<sup>2</sup> ضخامت ورقه ها، فرکانس و چگالی شار.



مناسب برای آهن ربای  
دائم، ضبط مغناطیسی  
و حافظه های  
کامپیوتر

آهن  
نرم

مناسب برای هسته  
ترانسفورماتورها و  
موتورهایی که با برق

شکل 13-2: شکل حلقه هیستریزس در مواد مختلف برای کاربردهای مختلف

در کاربرد های صنعتی و محاسبات مربوط به مدارهای مغناطیسی از منحنی مغناطیس شونده استفاده می شود که از اتصال نقاط حداقل و حداکثر B و H در حلقه هایی با اندازه های مختلف بدست می آید  
شکل (14-2).

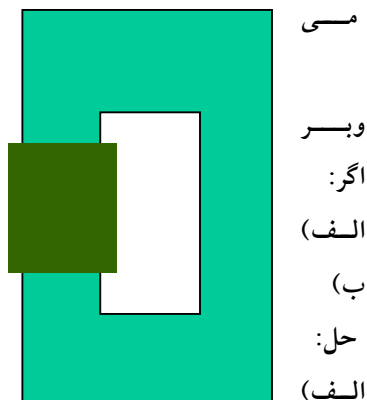
<sup>1</sup> Eddy Current

شکل 14-2: منحنی مغناطیس  
شوندگی برای (الف) یک نوع  
فولاد ریختگی و (ب) یک نوع  
چدن ریختگی .

مثال:

خواهیم در هسته ای مطابق شکل روبرو شاری ماکزیمم برابر 0/0035  
بوجود آوریم. مطلوبست محاسبه حداقل سطح مقطع برای این هسته

جنس هسته از چدن با حداکثر چگالی شار 0/08 تسلا  
جنس هسته از فولاد ریختگی با حداکثر چگالی شار 1/6 تسلا.



$$B_{\max} = \frac{\varphi_{\max}}{A_{\min}} \Rightarrow A_{\min} = \frac{\varphi_{\max}}{B_{\min}} = \frac{3.5 \times 10^{-3}}{0.8} = 4.375 \times 10^{-3} m^2$$

$$B_{\max} = \frac{\varphi_{\max}}{A_{\min}} \Rightarrow A_{\min} = \frac{\varphi_{\max}}{B_{\min}} = \frac{3.5 \times 10^{-3}}{1.6} = 2.187 \times 10^{-3} m^2 \quad (\text{ب})$$

ملاحظه می شود که هر چه حداکثر چگالی شار در یک ماده بیشتر می شود هسته ای با سطح مقطع کوچکتر  
نیاز است تا شار مورد نیاز را از خود عبور دهد.

### (3) فصل سوم: مدارهای مغناطیسی<sup>1</sup>

مدارهای مغناطیسی بدلیل اینکه شباهت زیادی به مدارهای الکتریکی دارند را می توان از طریق شبیه سازی  
این مدارها با مدارهای الکتریکی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و از این راه به حل مسائل مربوط به آنها کمک  
کرد. در مدارهای مغناطیسی ابتدا معمولاً با فرض نیاز به عبور یک شار معین از مدار به تعیین نیروی محرکه  
مغناطیسی (MMF) مورد نیاز می پردازیم. در این گونه مسائل روش حل عموماً شبیه مدارهای الکتریکی سری

<sup>1</sup> Magnetic Circuits

و یا موازی است که می خواهیم جریانی مفروض از این مدارها بگذرد که مجهول همان نیروی محرکه الکتریکی (ولتاژ) هست. همانطور که می دانیم حل اینگونه مدارهای الکتریکی با استفاده از قانون کرفش  $(\sum \pm E = \sum RI)$  انجام می گیرد. یعنی در یک مدار مجموع تمام افتهای الکتریکی در کل مدار با توجه به مقاومت هر بخش از مدار (و یا مقاومت معادل در مدارهای موازی) افت کلی مدار محاسبه گردیده که بایستی نیروی محرکه مورد نیاز برابر مجموع افت مدار باشد تا جریان مورد نیاز در مدار برقرار گردد. در مدارهای مغناطیسی نیز بایستی با توجه به جنس بکار رفته در هر بخش از مدار، افت مغناطیسی را محاسبه و لذا نیروی محرکه مغناطیسی مورد نیاز محاسبه می گردد. اینگونه مدارها در ترانسها و موتورهای الکتریکی کاربرد زیادی دارند. به طور کلی برای حل مسائل اینگونه مدارهای مغناطیسی عملیات زیر بایستی انجام گیرد:

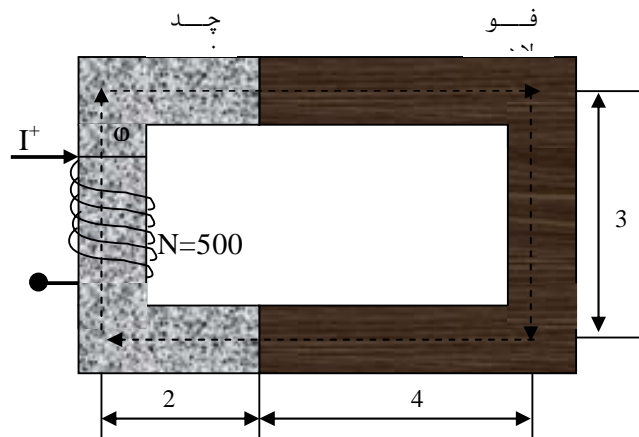
- 1- با داشتن شار و سطح مقطع بایستی چگالی شار در هر قسمت از مدار مشخص گردد.
- 2- با معلوم بودن چگالی شار و مشخص بودن جنس هسته در هر قسمت از روی منحنی B-H آن ماده اقدام به تعیین شدت میدان (H) نمود
- 3- افت مغناطیسی در هر بخش از مدار از حاصلضرب شدت میدان (H) در طول آن بخش از مدار بدست می آید  $(H_L = H \times \ell)$ .

به عبارت دیگر داریم 
$$H = \frac{MMF}{\ell} = \frac{U}{\ell} \Rightarrow MMF = U = NI = H \times \ell$$

4- نیروی محرکه مغناطیسی مورد نیاز بایستی برابر مجموع افتهای مغناطیسی در کل مدار باشد یعنی:

$$NI = MMF = \sum H_L \quad (3-1)$$

مثالهای زیر مطالب فوق را واضح تر می کند.



مثال:  
هسته ای مطابق شکل موجود است. سطح مقطع آن در طول هسته یکنواخت و برابر 0/0009 متر مربع است. اگر بخواهیم شار در هسته 0/57000 وبر باشد مطلوبست MMF و جریان سیم پیچ مورد نیاز؟ (اندازه ها بدون مقیاس و همگی به سانتی متر).

حل:

مقدار چگالی شار برابر:

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{075 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-4}} = 0.83(T)$$

با استفاده از شکل 14-2 و با داشتن چگالی شار مقدار H برای چدن و فولاد به شرح زیر بدست می آید:

$$H_i = 9.4(kA/m)$$

$$H_s = 0.5(kA/m)$$

با دانستن طول مدار در هر بخش میزان افت مغناطیسی را برای هر قسمت محاسبه می کنیم:

$$\ell_i = 2 + 3 + 2 = 7(cm) = 0.07(m)$$

$$\ell_s = 4 + 3 + 4 = 11(cm) = 0.11(m)$$

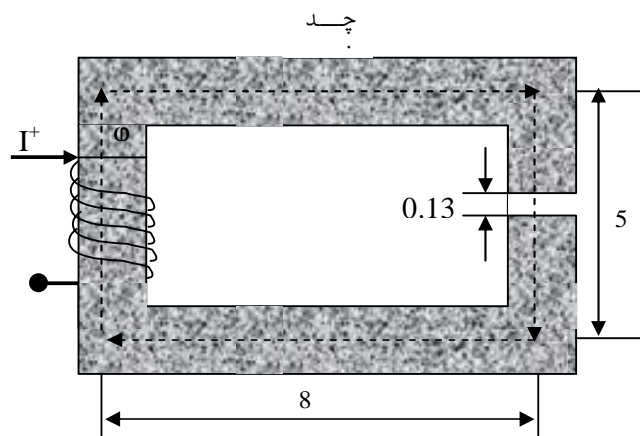
$$H_i \ell_i = 0.07 \times 9.4 \times 1000 = 658(AT)$$

$$H_s \ell_s = 0.11 \times 0.5 \times 1000 = 55(AT)$$

نتایج فوق را می توان به صورت جدول زیر نیز ارائه نمود

قسمت	$\phi$ (wb)	A (m <sup>2</sup> )	B (T)	H (A/m)	L (m)	H <sub>L</sub> (A)
چدن	$0.75 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-4}$	0.83	9.4 k	0.07	658
فولاد	$0.75 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-4}$	0.83	0.5 k	0.11	55

مثال:



هسته ای مطابق شکل از جنس چدن مفروض است اگر بخواهیم در این مدار شار برابر  $0/0015$  وبر برقرار گردد مطلوبست محاسبه MMF مورد نیاز با فرض اینکه مقطع درکل هسته و در فاصله هوایی یکسان و معادل  $0/002$  متر مربع باشد؟ (اندازه ها بر حسب سانتی متر)

حل:

این مدار از دو قسمت هوایی و چدنی تشکیل

شده است. با توجه به سطح مقطع چگالی شار در طول مدار برابر:

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{15 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 0.75(T)$$

H در فاصله هوایی با توجه به مقدار نفوذپذیری مغناطیسی هوا که مقداری ثابت است به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$B = \mu_{Air} H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu_{Air}} = \frac{0.75}{4\pi \times 10^{-7}} = 5.97 \times 10^5 (A/m)$$

برای قسمت چدنی :

$$\ell = 0.08 + 0.05 + 0.08 + 0.05 = 0.26 (m)$$

با استفاده از شکل 14-2 و با داشتن چگالی شار مقدار H برای چدن برابر  $4.5 (kA/m)$  بدست می آید لذا:

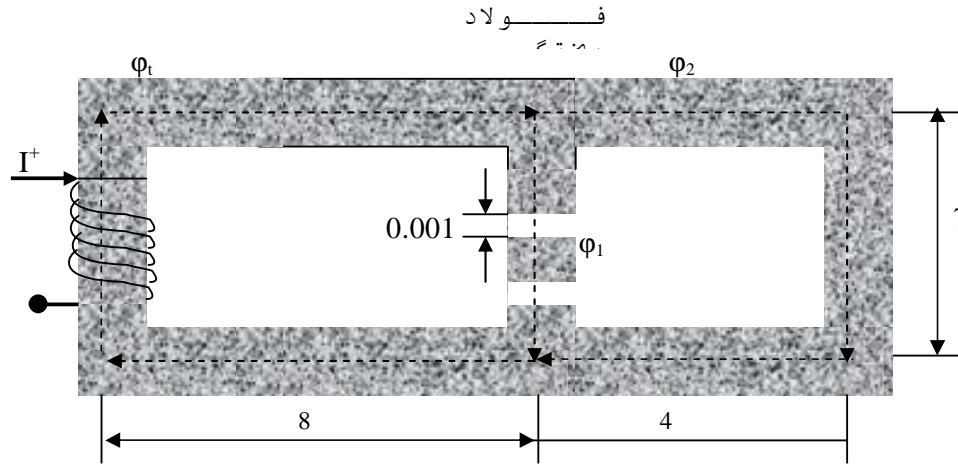
$$MMF = \sum H \times \ell = 5.97 \times 1.3 \times 10^{-3} + 4.5 \times 1000 \times 0.26 = 776.1 + 1170 = 1946.1(AT)$$

نکته:

با توجه به اینکه طول قسمت چدنی حدود 20 برابر طول فاصله هوایی است اما ملاحظه می شود که 40٪ از کل افت در فاصله هوایی تلف می شود. به همین دلیل در تجهیزات الکترو مغناطیسی سعی می گردد تا این

فاصله حتی المقدور کم باشد تا MMF مورد نیاز برای ایجاد شار کم گردد. با این وجود در اکثر این تجهیزات فاصله هوایی در بین قطعات متحرک جهت کاهش اصطکاک ضروری می باشد. این فاصله در ماشینهای الکتریکی معمولاً 1 تا 2 میلی متر است.  
مثالی از مدارهای موازی:

هسته ای مطابق شکل که از جنس فولاد ریختگی است مفروض است. اگر بخواهیم شار  $\phi_1$  در فاصله هوایی معادل 0/0024 وبر باشد MMF مورد نیاز را حساب کنید. با توجه به اینکه سطح مقطع در پایه وسط و هوایی ثابت و برابر 0/0028 متر مربع و در قسمت راست 0/0035 و در قسمت چپ 0/005 متر مربع و طول هر کدام از فواصل هوایی 1 میلی متر است.



این مدار به صورت ترکیبی از مدار سری و موازی استبه طوریکه می توان نوشت:

$$\phi_t = \phi_1 + \phi_2$$

در قسمت وسط با داشتن شار و سطح مقطع مقدار چگالی شار برابر:

$$B = \frac{\phi_1}{A_1} = \frac{24 \times 10^{-4}}{28 \times 10^{-4}} = 0.86(T)$$

با استفاده از منحنی B-H فولاد ریختگی و داشتن B مقدار H برابر 500 آمپر بر متر برای بخش فلزی بدست می آید. برای فاصله هوایی در وسط می توان نوشت:

$$H_{Air} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0.86}{4\pi \times 10^{-7}} = 68400(A/m)$$

مجموع افتها در پایه وسط برابر:

$$H_{L_m} = \sum (H_{Air} \times \ell_{Air}) + (H_s \times \ell_s) = (68400 \times 2 \times 0.001) + (500 \times 0.07) = 1403(A)$$

چون مدار در سمت راست با پایه میانی موازی است لذا افت در قسمت میانی برابر افت در قسمت راست خواهد بود یعنی

$$H_{L_m} = H_{L_R}$$

بنابراین:

$$H_R = \frac{H_{L_m}}{\ell_R} = \frac{1403}{0.15} = 9353(A/m)$$

مجدداً با استفاده از منحنی B-H برای فولاد و با داشتن H می توان چگالی شار را قسمت راست بدست آورد:

$$B = 1.72(T) \Rightarrow \phi_2 = B_R \times A_R = 1.72 \times 35 \times 10^{-4} = 60.2 \times 10^{-4} (wb)$$

برای سمت چپ مدار داریم:

$$\phi_t = \phi_1 + \phi_2 = 24 \times 10^{-4} + 60.2 \times 10^{-4} = 84.2 \times 10^{-4} (wb)$$

مقدار چگالی شار در سمت چپ برابر:

$$B_t = \frac{\phi_t}{A_t} = \frac{84.2 \times 10^{-4}}{50 \times 10^{-4}} = 1.68(T)$$

مجدداً با استفاده از منحنی B-H برای فولاد و با توجه به چگالی شار در سمت چپ مقدار H برابر 7750 آمپر بر متر بدست می آید و با توجه به طول مدار در قسمت چپ مقدار افت در این قسمت برابر:

$$H_{L_L} = 7750 \times ((0.08 \times 2) + 0.07) = 1782.5(A)$$

و در نهایت MMF کل مدار برابر:

$$MMF_{total} = H_{L_L} + H_{L_R} (H_{L_m}) = 1782.5 + 1403 = 3185.5(A)$$